Алексей Алексеевич Милютин родился 27 июля 1925 г. В Москве. Его отец, Алексей Павлович Милютин, в 20-е годы был партийным работником, затем работал редактором на радио. Брат отца, Владимир Павлович Милютин, был министром земледелия молодого правительства Российской республики. Мать Алексея Алексеевича, Ольга Самойловна Вейланд, как и ее муж, была активным деятелем Коммунистической партии. В годы гражданской войны и в мирное время она участвовала в партийном и государственном строительстве, затем долгое время работала в издательстве журнала "Работница".

До 1937 года Алексей Алексеевич всерьез занимался музыкой и считал, что его будущее связано с музыкой. Но с 1937 г. Он не смог продолжать занятия музыкой, т.к. трагические события этого года коснулись и семьи Милютиных. Любовь к музыке Алексей Алексеевич сохранил на всю жизнь.

Когда началась Великая Отечественная война, семья Милютиных эвакуировалась из Москвы сначала в Рязанскую область, а затем в Татарию. Там в Татарии, в поселке Акташ, Алексей Алексеевич окончил 9-й класс средней школы. В 1942 году Милютины вернулись в Москву. Алексей Алексеевич поступил на специальные курсы при Московском государственном университете, которые позволили ему завершить десятилетнее образование. На курсах при МГУ первоначально было обещано, что тот, кто их хорошо окончит, будет принят в университет без экзаменов (вопрос о конкурсе в то время не стоял). Алексей Алексеевич успешно закончил курсы в 1943 г., однако вопреки обещанному, студентом автоматически не стал. Пришлось проявить настойчивость, и Алексей Алексеевич обратился непосредственно к И.Г.Петровскому с просьбой принять его на мехмат. После нескольких встреч и бесед с Иваном Георгиевичем Милютин был зачислен на факультет без экзамена.

В 1948 г. Алексей Алексеевич успешно завершил обучение на мехмате и был рекомендован в очную аспирантуру к профессору В.В.Немыцкому. Рано проявилась самостоятельность Алексея Алексеевича как ученого. Он сам себе выбрал тему диссертации, в исследовании которой его научный руководитель едва ли мог ему помочь. Тема возникла из вопроса, обсуждавшегося в коридорах мехмата, и, как казалось Алексею Алексеевичу, была по-настоящему интересна только ему самому. О том, что он решает очень трудную проблему Банаха, Алексей Алексеевич даже не подозревал. Вот что пишет об этом Б.С.Митягин в предисловии к книге А.Пелчинского "Линейные продолжения, линейные усреднения и их применения": "Пространства C(S) непрерывных функций на компактах S- классический объект, изучаемый с разных точек зрения в топологии, функциональном анализе, теории меры, гармоническом анализе. Простым примером существования тесных связей между алгебраическими свойствами C(S) и топологическими свойствами компакта S может служить утверждение: "алгебры C(S1) и C(S2) изоморфны тогда и только тогда, когда компакты S1 и S2 гомеоморфны". Число таких примеров, более глубоких и содержательных, увеличить нетрудно. Тем неожиданнее был установленный А.А.Милютиным в 1951 г. Линейный изоморфизм пространств непрерывных функций на отрезке и на квадрате. К тому же по злой шутке судьбы (или автора?) этот результат 15 лет оставался неопубликованным и по-существу неизвестным многим математикам, пытавшимся решить тот же вопрос. Нет худа без добра: уже решенный, этот вопрос продолжал стимулировать многие новые исследования, что, в частности, привело к решению другой проблемы Банаха - доказательству топологической эквивалентности (гомеоморфности) всех сепарабельных банаховых пространств (М.И.Кадец, Ч.Бессага и А.Пелчинский, В.Кли).

В те времена публикация результатов не была непременным условием успешной защиты кандидатской диссертации. Защита состоялась в 1951 г. и оппонировалась И.М.Гельфандом и Л.А.Люстерником. Работа так и осталась неопубликованной. Вопрос об эквивалентности пространств непрерывных функций вновь возник на Международном математическом конгрессе в Москве в 1966 г. К счастью, рукопись диссертации сохранилась и результат был доложен, а затем опубликован, во многом благодаря инициативе и стараниям харьковских и польских математиков. После столь успешного начала математическая деятельность Алексея Алексеевича меняет направление и оказывается в русле важнейших прикладных задач 50-х и 60-х годов. Вот что вспоминает о том периоде Я.М.Каждан: "Летом 1952 года А.А.Милютин был привлечен к работе в вычислительной группе Института Физических проблем, созданной при академике Л.Д.Ландау для расчетов, связанных с ядерной тематикой. До этого с численными методами решения каких-либо задач Алексей Алексеевич не соприкасался. Однако его математическая культура позволила достаточно быстро освоиться с тем, правда , небогатым опытом, имевшимся в этой области. Особую актуальность приобрели тогда разностные методы решения задач в частных производных, особенно вопросы, связанные с устойчивостью этих методов. Алексей Алексеевич активно участвовал в освоении и дальнейшем усовершенствовании соответствующих методик. Нельзя не упомянуть об одном драматическом (на тот момент) эпизоде, связанном с деятельностью Милютина. Дело в том, что предлагаемые для расчетов задачи исходили из группы физиков, руководимой Л.Д.Ландау. И вот после длительных расчетов (а считали тогда на электронно-механических "Мерседесах") Алексей Алексеевич в результате тонких исследований обнаружил математическую ошибку в постановке задачи, что привело физиков в шоковое состояние. Потребовались недюжинные возможности Ландау, чтобы оценить негативное влияние этой ошибки. К счастью оказалось, что конечный результат от внесенной ошибки не пострадал. Последующие годы, будучи уже сотрудником Института химической физики, А.А.Милютин продолжал заниматься разработкой методов и исследованием различных задач, связанных с уравнениями математической и химической физики"

А вот воспоминания А.М.Когана, бывшего сотрудника Института химической физики, относящиеся к несколько более позднему периоду: " В 1954 году в Институте химической физики АН СССР по инициативе его директора Н.Н.Семенова была организована вычислительная группа. Набором группы (знакомство с кандидатами, профессиональный отбор, проведение через отдел кадров и т.д.) занимались Л.А.Чудов, первый руководитель группы, и А.А.Милютин, пришедший из Института физических проблем АН СССР уже с богатым вычислительным опытом. Созданная группа состояла из небольшого числа недавних выпускников МГУ по чистой математике, не имевших представления о методах и, тем более, "секретах" вычислительной работы. Задача обучения членов группы вычислительной специальности практически целиком легла на плечи А.А.Милютина. Задача тем более сложная, что она была сопряжена с дефицитом времени. Группа с самого начала получила задание на расчеты по проблемам, интересовавшим руководство ИХФ, таким как замедление быстрых нейтронов в веществах, моделирующих строение тканей человеческого тела, распространение сильных взрывов в различных средах, расчет уравнения состояния реальных газов, например, воздуха при высоких температурах, статистика полимерных цепей и др. Участники группы, фактически из его уст, впервые знакомились с основными вычислительными понятиями и, работая под его руководством над вышеуказанными проблемами, на реальном материале быстро овладели вычислительной профессией. А.А.Милютин щедро делился с сотрудниками собственными наработками из своего вычислительного опыта, подобных которым в те времена трудно было найти в литературе. Так, он всегда подчеркивал важность не только математических, но и физических (химических) соображений для осуществления качественного расчета.

Уже при постановке задачи, когда кроме, скажем, уравнений надо сформулировать дополнительные условия типа начальных, краевых или асимптотики на бесконечности, он не только руководствовался оценкой справедливости возможной теоремы существования и единственности уравнений с дополнительными условиями, предлагаемыми физиками на основе знакомства со свойствами изучаемого процесса, в том числе, экспериментально подтвержденными, но и сам пытался вникнуть в их "кухню". Путем взаимного анализа ситуации, возможной модификации утверждений он приходил в конце концов к правильной постановке, выделяющей искомое физиками решение (ибо в процессе вычислений весьма важно учитывать физические законы и свойства, заключенные в рассматриваемом явлении, что в ряде случаев выделяет практически однозначно самый надежный алгоритм.

Другим примером может послужить подход к выработке метода решения, который сам А.А.Милютин называл "тривиализацией" исходных уравнений. Выбиралась не просто упрощенная модель последних, а максимально возможное упрощение, которое еще сохраняло общие свойства исходных уравнений, желательно наиболее существенные свойства. Для упрощенной задачи разрабатывался алгоритм, который затем обобщался на исходную задачу. А.А.Милютин обладал большим искусством такой "тривиализации", при которой "не выплескивался ребенок". Подход производил сильное впечатление и подчас был весьма эффективен.

После ухода Л.А.Чудова из института А.А.Милютин был назначен руководителем группы. Группа А.А.Милютина наладила вычислительное обслуживание лабораторий ИХФ. Это был период, когда количество заданий множилось, и они многократно усложнялись. В этот момент осуществлялся переход на компьютерное решение всего потока задач. Поступающая тематика отличалась разнообразием. Это были многочисленные примеры кинетики химических реакций, процессов горения и взрывов, расчета химических реакторов, газовая динамика с сильными ударными волнами, сильный взрыв в неоднородной атмосфере, распространение электромагнитного излучения в воздухе, расчет вольт-амперных характеристик в электрических цепях, содержащих растворы химических веществ и др.

В этот период случилось так, что деятельность группы А.А.Милютина вышла за пределы институтских рамок на уровень общегосударственный и даже, можно сказать, мировой. В это время в Женеве происходило совещание между представителями СССР и США о запрещении испытания ядерного оружия в любых средах. Совещание пробуксовывало из-за того, что в отличие от советских американские эксперты были убеждены, что только на небольших расстояниях от места возможного нарушения заключаемого соглашения удастся уверенно отличить сигналы ядерного взрыва от природных явлений. Поэтому американцы требовали для себя разрешения на размещение станций обнаружения на территории СССР, с чем не могла согласится советская сторона.

Группе А.А.Милютина было дано задание рассчитать действие ядерного взрыва на далеких расстояниях в двух случаях: взрыв в воздухе и взрыв в сферической полости, вырытой в земле. В "воздушном случае" вычисления были привязаны к особому, открытому учеными ИХФ, радиоимпульсу, излучаемому в момент ядерного взрыва. Расчет показал, что и на далеких расстояниях ядерный взрыв уверенно отличается от других вспышек.

В "подземном случае" вычисления следовало вести от момента возникновения сильной ударной волны в центре полости при ядерном взрыве до звуковой стадии потока, что включало многочисленные отражения волн от стенки полости и схлопывания их в центре - задача очень трудная по тем временам. Воздействие воздуха на стенки полости за весь этот длинный период времени включалось как дополнительное условие для задачи о распространении геофизических волн у поверхности Земли. В результате характеристики взрыва удавалось надежно отличить от аналогичных характеристик землетрясений, даже при сравнении на далеких расстояниях от этих событий. Когда эти результаты были представлены американским экспертам, оказалось, что они не знакомы с подобной аргументацией.Спустя некоторое время они повторили аналогичные вычисления и получили совпадающие результаты. Соглашение было подписано без иностранных станций обнаружения на советской территории.

После существенного расширения вычислительного подразделения в ИХФ, приобретения большого компьютера и приходу к руководству математического отдела А.Я.Повзнера, А.А.Милютин сосредоточился на чисто математической тематике. Тем не менее, он не отмежевался от прикладной деятельности, участвуя в постановке и расчете конкретных заданий, важных для института".

Одним из наиболее ярких результатов конца 50-х годов, привлекших всеобщее внимание и давших жизнь новому направлению в математике и ее приложениях, был знаменитый принцип максимума Л.С.Понтрягина. Доказательство принципа максимума, полученное Л.С.Понтрягиным совместно с его сотрудниками В.Г.Болтянским, Р.В.Гамкрелидзе и Е.Ф.Мищенко, по стилю исполнения весьма отличалось от доказательств необходимых условий экстремума, известных в анализе и вариационном исчислении. В какой-то степени это казалось естественным ввиду новизны и значительно более высокой степени сложности задач, возникших в оптимальном управлении по сравнению с задачами вариационного исчисления. И тем не менее оставался открытым вопрос о связи и преемственности вариационного исчисления и оптимального управления. Этот вопрос стимулировал появление новых доказательств принципа максимума и новых подходов к получению необходимых условий первого порядка в оптимальном управлении как у нас, так и за рубежом. На определенное время оптимальное управление превратилось в настоящий Клондайк, где каждый стремился найти свой золотой слиток.

Вопрос о том, существует ли путь доказательства принципа максимума, основанный на традиционных подходах и методах, был поставлен А.Я.Повзнером сотрудникам ИХФ А.Я.Дубовицкому и А.А.Милютину. Неожиданно этот вопрос оказался определяющим в судьбе каждого из них, и связал всю их дальнейшую деятельность (протекавшую совместно на протяжении довольно долгого периода времени) с оптимальным управлением. В 1965 году в журнале "Вычислительная математика и математическая физика" по инициативе Н.Н.Моисеева была опубликована статья А.Я.Дубовицкого и А.А.Милютина "Задачи на экстремум при наличии ограничений", сразу завоевавшая популярность и ставшая в определенной степени программной как для самих авторов, так и для ряда последователей, ввиду необычайной ясности и простоты заложенных в ней идей.

Всякое необходимое условие первого порядка локального минимума в задаче с ограничениями трактовалось в статье как условие непересечения аппроксимаций этих ограничений с аппроксимацией множества убывания минимизируемого функционала, причем множество убывания и все ограничения типа неравенства оказывались равноправны и исследовались каждое в отдельности. Аппроксимации первого порядка для неравенств (при естественных предположениях) представляют собой открытые выпуклые конусы, а аппроксимация ограничения типа равенства - просто выпуклый конус (как правило, подпространство, согласно теореме Л.А.Люстерника о касательном многообразии). Условие непересечения конусов, названное авторами "уравнением Эйлера", и представляет собой необходимое условие первого порядка. Будучи выписано, это условие требует расшифровки на языке той области математики, в которой рассматривается задача. В оптимальном управлении условие непересечения конусов приводит к условию, которое принято называть условием Эйлера-Лагранжа, или, по терминологии самих авторов, "локальным принципом максимума".
Еще одна замечательная и несколько неожиданная идея, содержавшаяся в статье - это идея варьирования с помощью замены независимой переменной (времени), или v -замены, где v- производная от функции, осуществляющей замену. Каждая монотонная замена времени (то есть замена с неотрицательной функцией v) порождает, так называемую, "присоединенную задачу" и новую оптимальную траекторию в ней. Малые вариации функции в присоединенной задаче приводят к немалым вариациям управления в исходной задаче, выполняющий роль вейерштрассовских игольчатых вариаций, с помощью которых принцип максимума был первоначально получен.

Локальный принцип максимума, выписанный в каждой присоединенной задаче, переписывается в виде "частичного принципа максимума" в исходной задаче. В результате организации частичных принципов максимума в исходной задаче (а она была возможна во всех исследовавшихся тогда случаях, а также во многих других) и возникает принцип максимума.

Теперь у принципа максимума появилась важная трактовка: он оказался эквивалентен условию стационарности в каждой присоединенной задаче (имеется в виду стационарность траектории, возникшей из исходной траектории с помощью v замены). Эта трактовка в дальнейшем служила надежным ориентиром при распространении принципа максимума на более широкие классы задач.

Первыми были охвачены задачи с фазовыми ограничениями. Принципу максимума для задач с фазовыми ограничениями была посвящена докторская диссертация Алексея Алексеевича, с блеском защищенная в 1966 г. в институте прикладной математики АН СССР. Помимо основных результатов по принципу максимума в диссертации содержался пример экстремали, у которой при "посадке" на границу фазового ограничения наблюдается счетное число контактов с границей на конечном отрезке времени, предшествующем движению вдоль границы. При этом управление имеет счетное число переключений, накапливающихся к точке (четтеринг). Моменты переключений образовывали убывающую геометрическую прогрессию, что было связано с автомодельностью траектории. Позднее подобный пример был независимо обнаружен и посчитан Роббинсом.

Далее, в конце 60-х и в 70-е годы в серии работ А.Я.Дубовицкий и А.А.Милютин совместно строят теорию принципа максимума для задач с регулярными и нерегулярными смешанными ограничениями. Их замечательным достижением явился локальный принцип максимума для нерегулярных смешанных ограничений, опубликованный в так называемой "белой книге"- "Необходимые условия экстремума в общей задаче оптимального управления", М., Наука, 1971 г. К сожалению, книга вышла тиражом всего в 500 экземпляров и давно стала библиографической редкостью. В книге проведен очень тонкий анализ уравнения Эйлера для задач со смешанными ограничениями, где всерьез пришлось иметь дело с функционалами из пространства, сопряженного к L_{∞} , в частности, с их сингулярными составляющими. В результате анализа никакая информация не была огрублена или потеряна. Ответ был дан в терминах суммируемых функций и мер Радона, и по характеру был близок ответу, полученному ранее для задач с фазовыми ограничениями.

Дальнейшие усилия авторов были направлены на получение интегрального принципа максимума для задач с нерегулярными смешанными ограничениями. Однако оказалось, что в отличие от регулярных задач, в общем случае нельзя рассчитывать на получение единого принципа максимума, а имеется целая иерархия принципов максимума, не обладающих "максимальным элементом". Поэтому авторы сосредоточились на поисках возможно лучшей формы представления и организации этой иерархии. Этой теме была посвящена докторская диссертация А.Я.Дубовицкого. Впоследствии А.А.Милютину удалось найти новую форму представления условий принципа максимума, отражающую множественность и иерархию принципов максимума в общей задаче, а также новые пути их получения. Изложение этого материала составило содержание монографии А.А.Милютина "Принцип максимума в общей задаче оптимального управления" Москва, ФизМатЛит, 2001 г.

Помимо научной работы, в конце 60-х и в начале 70-х годов Алексей Алексеевич начинает читать лекции и проводить семинары для студентов мехмата МГУ. Здесь на семинаре, проводившемся совместно с Е.С.Левитиным, Алексей Алексеевич начинает интенсивные исследования по теории условий высших порядков. Он ставит вопрос о получении в оптимальном управлении необходимых условий второго порядка, связанных с достаточными столь же тесно, как это имеет место в задачах анализа и вариационного исчисления. Исследования привели к созданию общей теории условий высших порядков в задачах с ограничениями, центральным в которой явилось новое понятие порядка условия. Порядок теперь трактовался как неотрицательный функционал в пространстве вариаций, служащий оценкой для приращения функционала задачи в точке минимума на допустимых вариациях и определяющий степень грубости рассматриваемого условия. Эта теория была опубликована в статье Е.С.Левитина, А.А.Милютина и Н.П.Осмоловского в журнале "Успехи математических наук" в юбилейном номере №6, 1978 г., посвященном 70-летию со дня рождения Л.С.Понтрягина. Теория дала совершенно новые подходы к получению условий высших порядков в оптимальном управлении, и результаты не заставили себя ждать. Первые серьезные результаты, принадлежавшие авторам, а также А.В.Дмитруку, были анонсированы в самой статье, а затем А.В.Дмитрук и Н.П.Осмоловский, бывшие студенты и аспиранты Алексея Алексеевича, обобщили свои результаты по теории квадратичных условий в оптимальном управлении для особых и неособых экстремалей соответственно, защитив по этим темам докторские диссертации. Алексей Алексеевич руководил этими исследованиями и активно в них участвовал. Примерно в тот же период им была доказана замечательная "теорема о конечной коразмерности", вскрывшая истинный смысл целой серии результатов других математиков (А.А.Аграчева, Р.В.Гамкрелидзе, Кренера и др.) по необходимым условиям высших порядков для особых режимов в оптимальном управлении.

В те годы математики, занимавшиеся теорией экстремума, в том числе А.Д.Иоффе, В.М.Тихомиров, В.Ф.Сухинин и др., находили все новые формы ключевой теоремы этой теории - теоремы Л.А.Люстерника о касательном многообразии. А.А.Милютин нашел свою трактовку теоремы Люстерника, определив ее как "теорему о накрывании". Впоследствии были найдены и другие трактовки. Обзор полученных результатов был опубликован А.В.Дмитруком, А.А.Милютиным и Н.П.Осмоловским в юбилейном номере "Успехов", посвященном 80-летию со дня рождения Л.А.Люстерника. Но теорема о накрывании оказалась наиболее простой и ясной по формулировке и в то же время рабочей. В связи с этим она приобретает сейчас все большую популярность, в частности, в негладком анализе (см. статью А.Д.Иоффе в УМН, 2000г., т.55, вып.3).

Примерно с середины 80-х Алексея Алексеевича все больше занимают проблемы, связанные не с получением новых условий экстремума, а с тем, как сделать эти условия возможно более рабочими для исследования новых явлений в оптимальном управлении. Так появляются теоремы о специальной структуре множителей Лагранжа в условиях принципа максимума (теоремы об отсутствии скачков и теоремы об отсутствии сингулярных составляющих у мер - множителей Лагранжа при фазовых ограничениях), вошедшие в монографию "Необходимое условие в оптимальном управлении", М., Наука, 1990г. Более того, Алексей Алексеевич активно изучает сами явления в оптимальном управлении и других областях математики с помощью аппарата принципа максимума и условий высших порядков.

С помощью принципа максимума исследуются особенности экстремалей при посадке на границу фазового ограничения и сходе с нее. Полученные результаты изложены в монографии В.В.Дикусара и А.А.Милютина "Качественные и численные методы в принципе максимума", М., Наука, 1989г. Позднее А.А.Милютин получает полное решение серии специальных задач по особенностям посадки экстремали на фазовое ограничение. В этих задачах определены условия, при которых посадка сопровождается счетным числом контактов с фазовым ограничением.

Параллельно с помощью принципа максимума исследуются особенности экстремалей при прохождении особого многообразия (в частности, при посадке на особую экстремаль), воронки неединственности для экстремалей, условия возникновения эффекта типа четтеринг, или более общо, разрыва второго рода управления. Активное участие в этих исследованиях принимал С.В.Чуканов. Их результаты опубликованы в монографии А.А.Милютина, А.Е.Илютовича, Н.П.Осмоловского и С.В.Чуканова "Оптимальное управление в линейных системах".

При помощи квадратичных условий А.А.Милютин исследует понятие жесткости в оптимальном управлении. На жесткость переносится полная система квадратичных условий. В результате оказываются получены характеристики множеств квадратично жестких траекторий в контактных структурах для пространства произвольной размерности и выяснена структура и размерность множества квадратично жестких траекторий в контактной структуре в зависимости от размерности пространства. Алексей Алексеевич строит удивительный (на первый взгляд) пример квадратично жесткой траектории, у которой имеется неединственный набор нормированных множителей Лагранжа, и для каждого набора соответствующая ему квадратичная форма не является даже неотрицательно определенной на множестве критических вариаций (пример перестает быть столь удивительным при знакомстве с полной системой квадратичных условий для особых экстремалей, полученных А.В.Дмитруком).

Совместно с А.В.Дмитруком А.А.Милютин анализирует при помощи квадратичных условий особые геодезические относительно субметрик. В частности, он устанавливает неоднородность (по свойствам экстремалей) структуры окрестности особой геодезической относительно субметрики и доказывает, что в топологии равномерной сходимости функций вместе с их производными каждая особая, локально квадратично жесткая геодезическая является предельной для последовательностей неособых экстремалей двух типов: последовательностей, у которых все пары сопряженных точек сближаются на сколь угодно малое расстояние, и последовательностей, у которых не существует подпоследовательности сближающихся пар сопряженных точек.

Проблемы, возникающие в квадратичной теории особых экстремалей, явились стимулом для исследования возможности приближения произвольных векторных полей в конечномерном пространстве градиентными полями. Алексей Алексеевич находит формулу двойственности, которая связывает между собой нормированную циркуляцию векторного поля с расстоянием (в некотором смысле) от этого поля до множества градиентных векторных полей. Затем эта формула успешно применяется в квадратичной теории особых экстремалей.

Совместно с В.Л.Бодневой А.А.Милютиным было получено обобщение асимптотического метода Боголюбова-Крылова на случай произвольной зависимости правой части дифференциального уравнения от параметра. При этом параметром может быть элемент метрического пространства. Были получены рекуррентные формулы этого обобщенного асимптотического процесса (УМН, 1987г., т.42, вып.3). Такой подход позволил авторам (А.А.Милютину, В.Л.Бодневой) получить новые интересные результаты по математической теории вибраций, когда в качестве малого параметра рассматривается вибрация - последовательность, слабо L_{00} сходящаяся к нулю.(Russian J. Of Math. Phys., 1998, v.5, N2). Предложенный метод не вкладывается в известные методы усреднения и позволяет получать предельные системы как для случая непрерывных по фазовой переменной правых частей, так и для разрывных (например, для задач с сухим трением).

Совместно с Н.П.Осмоловским А.А.Милютин анализирует движение и взаимопроникновение идей между вариационным исчислением и оптимальным управлением. Началом для этого анализа послужили лекции А.А.Милютина по вариационному исчислению, прочитанные на мехмате МГУ. По аналогии с теорией слабого минимума, составляющей основу классического вариационного исчисления, строится исчисление так называемого понтрягинского минимума, исследуемого в теории оптимального управления. Теория понтрягинского минимума составила содержание монографии А.А.Милютина и Н.П.Осмоловского "Calculus of Variations and Optimal Control", опубликованной Американским математическим обществом в 1998 г. в серии "Переводы математических монографий".

После поездки в Израиль в 1998 г. на конференцию, посвященную 300-летию вариационного исчисления, внимание Алексея Алексеевича привлекают результаты по теории принципа максимума для дифференциальных включений. В связи с этим он исследует влияние условия Гельдера для дифференциального включения на форму принципа максимума и устанавливает, что для дифференциального включения, правая часть которого задана выпуклозначным отображением, удовлетворяющим условию Гельдера, и при отсутствии фазовых и смешанных ограничений принцип максимума с непрерывными сопряженными переменными не имеет места (что является частичным ответом на аналогичный вопрос Кларка относительно липшицевых включений). Кроме того, для дифференциальных включений А.А.Милютин устанавливает неэквивалентность принципа максимума и принципа Экланда соответственно. А именно, при помощи принципа максимума он находит более тонкие необходимые условия в задачах оптимизации для дифференциальных включений, чем те, которые были получены ранее Кларком в тех же задачах с помощью принципа Экланда. С помощью принципа максимума он усиливает также условия Смирнова.

К сожалению, невозможно в коротком обзоре упомянуть обо всех важных и разнообразных результатах, полученных А.А.Милютиным.

И.Л.Барский, В.Л.Боднева, А.В.Дмитрук, М.И.Зеликин, Я.М.Каждан, С.Л.Каменомостская, А.М.Коган, А.М.Молчанов, Н.П.Осмоловский, В.М.Тихомиров, А.В.Фурсиков, Э.Э.Шноль